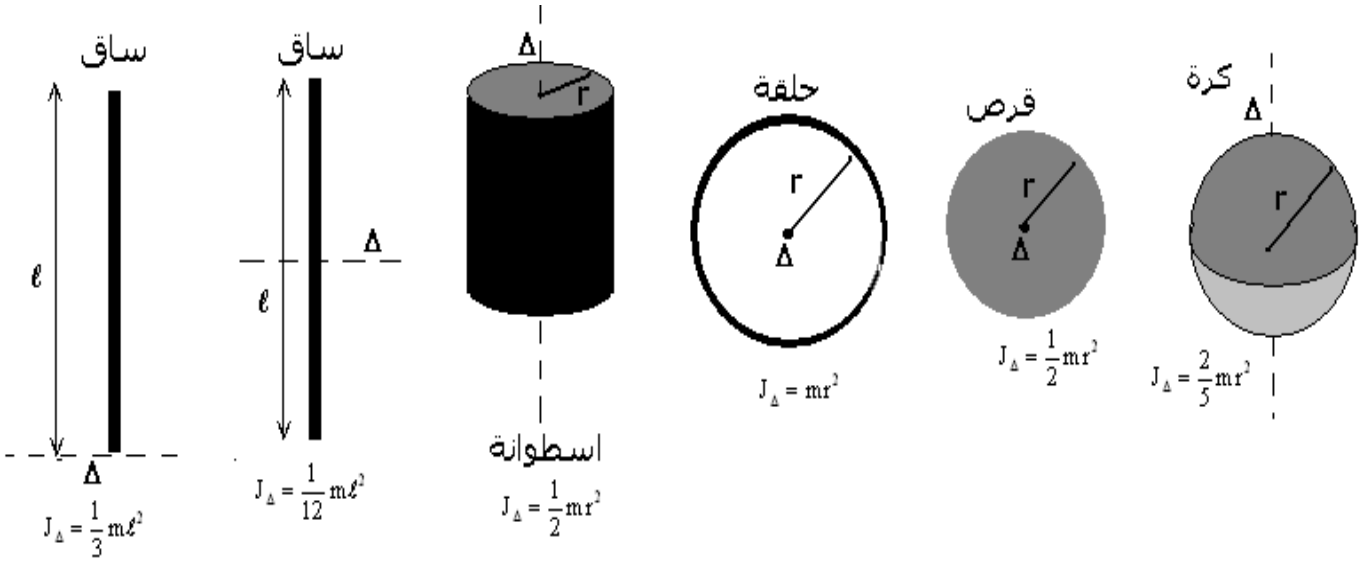
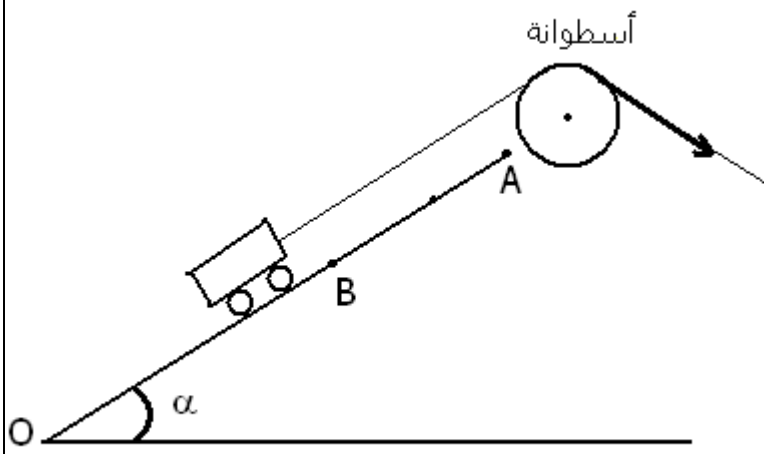
تمارين حول حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت

عزم قصور لبعض الأجسام المتجانسة ومختلفة الأشكال .



تمرين 1



نهمل الاحتكاكات ونأخذ $g = 9,8m/s^2$

يتم جر عربة بواسطة خيط غير قابل الامتداد وذي كتلة مهملة ملفوف حول أسطوانة كتلتها $m_C = 250g$ وشعاعها $r = 6cm$.

الأسطوانة تدور حول محورها الأفقي بواسطة محرك يطبق عليه مزدوجة ذات عزم $\mathcal{M}$ ثابت .

العربة توجد فوق مستوى مائل بالزاوية $\alpha = 30°$ بالنسبة للخط الأفقي طوله $OA = 2m$. كتلة العربة هي $m_S = 400g$.

1 ـ أحسب شدة قوة الجر لمنح العربة تسارعا $a = 0,5m/s$

2 ـ أكتب المعادلة الزمنية لحركة G مركز قصور العربة علما أن سرعته البدئية منعدمة عند أصل المعلم $\mathcal{R}$.

3 ـ على أي مسافة OB من النقطة O يجب حذف قوة الجر لكي تصير سرعة G منعدمة عند النقطة A ؟

4 ـ أحسب J_Δ عزم قصور الأسطوانة ، واستنتج قيمة $\mathcal{M}$.

تمرين 2

نعتبر قرصا في دوران حول محور ثابت Δ ورأسي . عزم قصور القرص $J_\Delta = 6.10^{-2}\,kg.m^2$

1 ـ يمثل المنحنى جانبه مخطط السرعة الزاوية لحركة نقطة M توجد على بعد r=0,1m من المحور Δ .

1 ـ 1 ما هي طبيعة حركة M ؟ علل الجواب

1 ـ 2 حدد قيمة التسارع الزاوي $\ddot{\theta}$ واكتب معادلة السرعة الزاوية $\dot{\theta} = f(t)$

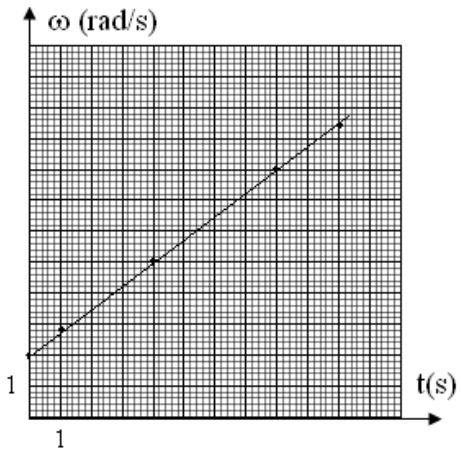
2 ـ علما أن الأفصول الزاوي منعدم عند أصل التواريخ .

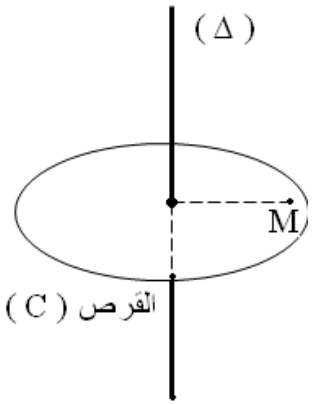
2 ـ 1 اكتب المعادلة الزمنية للحركة $\theta = f(t)$

2 ـ 2 احسب عدد الدورات المنجزة من طرف القرص بين التاريخين $t_1 = 4,0s$ و $t_2 = 5,2s$

2 ـ 3 نعتبر اللحظة ذات التاريخ t=2s . احسب في هذه اللحظة قيمتي التسارع المماسي a_t والتسارع المنظمي a_n للنقطة M واستنتج منظم التسارع $\ddot{\theta}$.

3 ـ احسب مجموع عزم القوى المطبقة على القرص بالنسبة للمحور Δ .





تمرين 3

ينزلق جسم (S) كتلته m = 70 kg على طول خط أكبر ميل لمستوى مائل بزاوية $\alpha = 30°$ بالنسبة للمستوى الأفقي . نجر الجسم بواسطة حبل (C) . خلال حركة جسم (S) على المستوى المائل يطبق هذا الأخير قوى الاحتكاكات تكافئ قوة $\vec{f}$ موازية للمستوى ومنحاها عكس منحى الحركة وشدتها $\frac{1}{10}$ وزن الجسم

$$(\|\vec{f}\| = \frac{1}{10}\|\vec{P}\|)$$

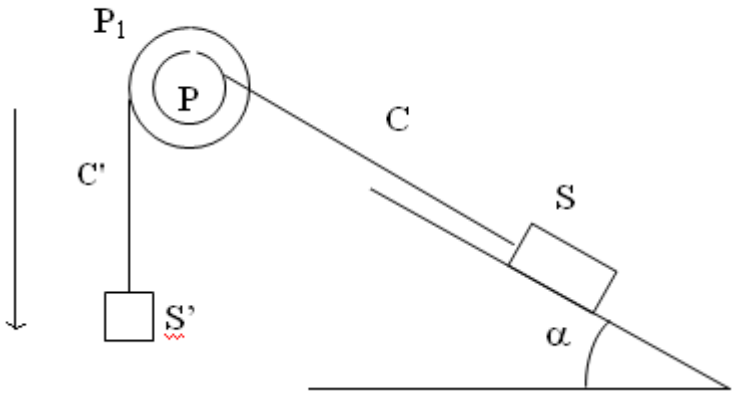
1- خلال المرحلة الأولى, يطبق الحبل على الجسم قوة ثابتة $\vec{F}$ موازية للمستوى المائل , بحيث ينطلق الجسم بدون سرعة بدئية من النقطة A ليصل إلى النقطة B التي تبعد عنها بمسافة 5m بسرعة $v_B = 5m/s$.

خلال المرحلة الثانية وعند النقطة B ، تأخذ القوة $\vec{F}$ قيمة جديدة بحيث تصبح حركة (S) منتظمة على طول المسافة BD حيث BD=25m .

- أحسب خلال كل مرحلة شدة القوة $\vec{F}$.

2- بعد أن قطع الجسم 30 m , ينقطع الحبل .
ما هي طبيعة حركة الجسم ؟ أستنتج المدة الزمنية التي استغرقها مند انطلاقه من النقطة A إلى حين رجوعه منها .

3- للقيام بهذه التجارب نستعمل الجهاز التالي :



الحبل ملفوف على أسطوانة P . شعاعها R = 25cm أسطوانة ثانية P_1 مثبتة على الأسطوانة الأولى P
وشعاعها R_1= 50cm ، لهما نفس المحور(Δ) .
نلف حبل آخر C′ حيث تبث في طرفه الحر جسما (S′) له حركة رأسية ويقوم بجر المجموعة نحو الأسفل .
عزم قصور المجموعة (P_1 ,P) $J_\Delta = 1.375kg.m^2$

باعتمادك على المرحلتين اللتين تمت الإشارة إليهما في السؤال (1) . أحسب خلال كل مرحلة :
أ- المسافة المقطوعة من طرف S′ .
ب- توتر الحبل C′ .

ج- قيمة الكتلة m_1

وأكتب المعادلة الزمنية لحركة (S') خلال كل مرحلة .

4- أوجد السرعة الزاوية $\dot{\theta}$ للأسطوانة عند انقطاع الحبل C و كذلك أوجد السرعة الزاوية للأسطوانة والسرعة الخطية للجسم S' عند اللحظة التي يمر فيها الجسم S من النقطة A .

تمرين 4

نعتبر جسما صلبا (S_1) كتلته $m_1 = 1kg$ قابل للانزلاق على سكة أفقية . (S_1) مرتبط بجسم (S_2) كتلته m_2 بواسطة خيط غير مدود ، كتلته مهملة ، يمر في مجرى بكرة (B) متجانسة شعاعها $r = 4cm$ قابلة للدوران بدون احتكاك حول محور (Δ) أفقي ثابت يمر من مركزها . خلال الحركة لا ينزلق الخيط على البكرة (B) .

عزم قصور (B) بالنسبة للمحور (Δ) هو J_Δ .

نحرر المجموعة المتكونة من من (S_1) و (S_2) و (B) بدون سرعة بدئية عند اللحظة ذات التاريخ $t_0 = 0$.

يمثل المنحنى الممثل في الشكل (2) تغيرات السرعة الزاوية $\dot{\theta}(t)$ للبكرة .

1 ـ أوجد مبيانيا معادلة السرعة الزاوية $\dot{\theta}(t)$.

2 ـ حدد معللا جوابك ، طبيعة حركة (B) .

3 ـ أوجد تعبير n عدد الدورات المنجزة من طرف (B) عند اللحظة t بدلالة الزمن t و $\ddot{\theta}$ التسارع الزاوي لحركة (B) . أحسب n عند اللحظة $t = 1,25s$.

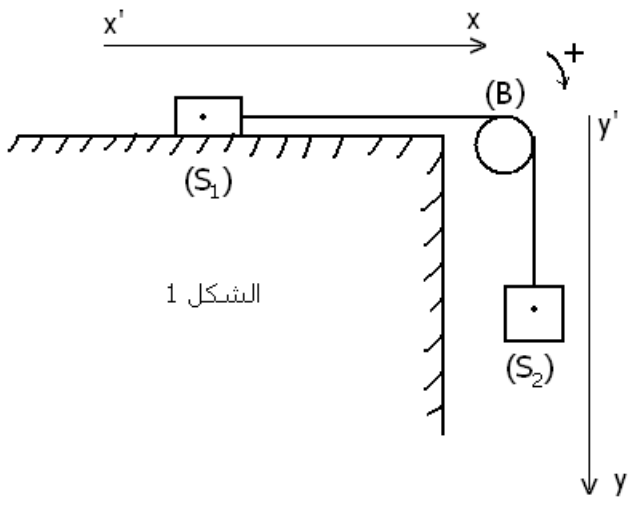
4 ـ حدد ، معللا جوابك ، طبيعة حركة كل من (S_1)و (S_2) ، ثم أحسب قيمة تسارعهما a .

5 ـ يتم التماس بين (S_1) والسكة باحتكاك حيث φ زاوية الاحتكاك . بتطبيق العلاقة الأساسية للتحريك على كل من (S_1) و (S_2) و (B) ، بين أن تعبير التسارع a يكتب على الشكل التالي :

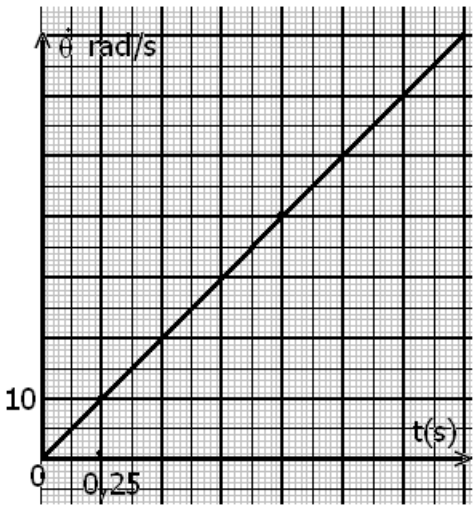
$$a = \frac{(m_2 - m_1.k)g}{m_1 + m_2 + \frac{J_\Delta}{r^2}}$$

حيث g تسارع الثقالة و $k = tan\,\varphi$ معامل الاحتكاك .

6 ـ بين أن حركة (S_1) لا تتم إلا إذا كانت m_2 كتلة (S_2) أكبر من قيمة يجب تحديدها ز يعطى $k = tan\,\varphi = 0,16$



الشكل 1



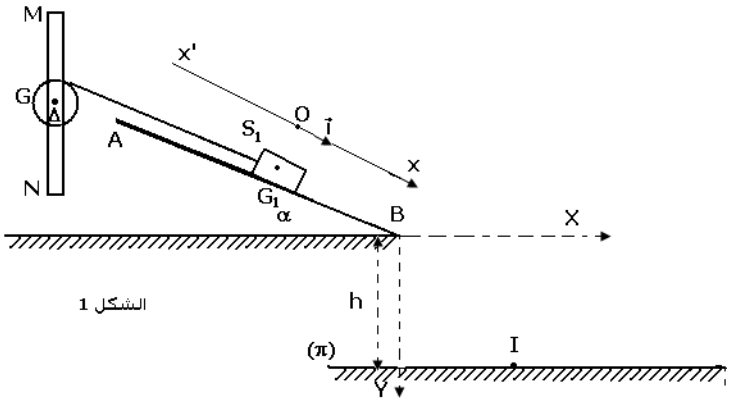
الشكل 2

تمرين 5 ***

نهمل جميع الاحتكاكات ونأخذ $g=10m/s^2$

نعتبر المجموعة (S) الممثلة في الشكل (1) والمتكونة من :

ـ بكرة متجانسة شعاعها r=5cm ملتحمة بساق طولها MN=2L=40cm يتطابق مركز قصورها مع المركز G للبكرة . المجموعة {الساق ، البكرة } قابلة للدوران في المستوى الرأسي حول محور أفقي Δ ثابت يمر من المركز G . عزم قصور المجموعة بالنسبة للمحور Δ هو J_Δ .

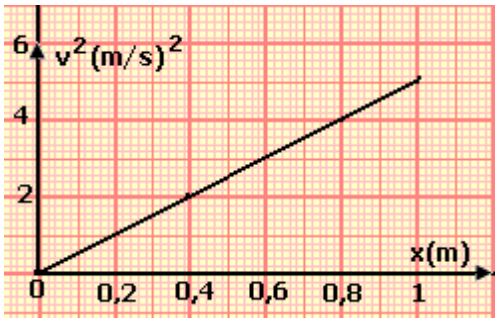


الشكل 1

ـ خيط f غير مدود كتلته مهملة ملفوف حول مجرى البكرة وثبت أحد طرفيه بجسم صلب S_1 كتلته m=0,8kg ومركز قصوره G_1 . الجسم S_1 قابل للانزلاق على مستوى مائل بزاوية $\alpha=30°$ بالنسبة للمستوى الأفقي وفق الخط الأكبر ميلا .

نعتبر أن الخيط f لا ينزلق على مجرى البكرة أثناء الحركة .

نحرر المجموعة (S) بدون سرعة بدئية عند لحظة t=0 حيث يكون G_1 منطبقا مع الأصل O للمعلم $(O,\vec{i})$. نعلم عند كل لحظة موضع G_1 بالأفصول x .



1 ـ أوجد اعتمادا على الدراسة التحريكية ، تعبير التسارع a لحركة الجسم S_1 بدلالة m ، r ، J_Δ ، α و g .

2 ـ يمثل منحنى الشكل (2) تغيرات مربع السرعة للجسم (S) بدلالة x $(v^2=f(x))$.

2 ـ 1 حدد قيمة a واستنتج قيمة التسارع الزاوي $\ddot{\theta}$ للمجموعة {الساق ، البكرة } .

2 ـ 2 ينفصل الجسم S_1 عن الخيط لحظة مروره بالنقطة B ذات الأفصول $x_B=0,8m$ فيسقط عند I على المستوى الأفقي (π) الذي يوجد على مسافة h=1m من النقطة B .

2 ـ 2 ـ 1 أوجد إحداثيي النقطة I في المعلم $(\overrightarrow{BX},\overrightarrow{BY})$.

2 ـ 2 ـ 2 أحسب السرعة الخطية للطرف M للساق بعد انفصال الجسم S_1 عن الخيط .